



Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas

Matemáticas V (MA-2112)
1^{er} Examen Parcial (50 %)
Ene-Mar 2016
Tipo A

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

1. (13 pts.) Considere la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{y + x^3} & \text{si } y \neq -x^3 \\ 0 & \text{si } y = -x^3 \end{cases}$$

En cada uno de los puntos $A(0, 0)$ y $B(1, 1)$, responda:

- (a) (5 pts.) ¿Es f continua (en A y en B)?
 - (b) (4 pts.) ¿Existirán todas las derivadas direccionales de f en el punto A ? ¿Y en el punto B ?
 - (c) (4 pts.) ¿Es f diferenciable (en ambos puntos)?
2. (12 pts.) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función dos veces diferenciable y sea $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $g(x, y) = x(y^2 - x^2)^2$. Sea h la función compuesta $h = f \circ g$. Sabiendo que $\frac{\partial h}{\partial x}(0, 1) = 1$, calcule $\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}(1, 1)$.
3. (12 pts.) Halle la ecuación del plano tangente a la gráfica de $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ en aquellos puntos en los que este plano (tangente) es perpendicular a la recta intersección de los planos $x + y + z = 2$ y $x + z = 3$.
4. (13 pts.) Considere la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = x^2 y^2$.
- (a) (6 pts.) Halle y clasifique los puntos críticos de f .
 - (b) (7 pts.) Determine (en caso de que existan) los valores extremos globales de f en la región

$$\mathbb{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$$